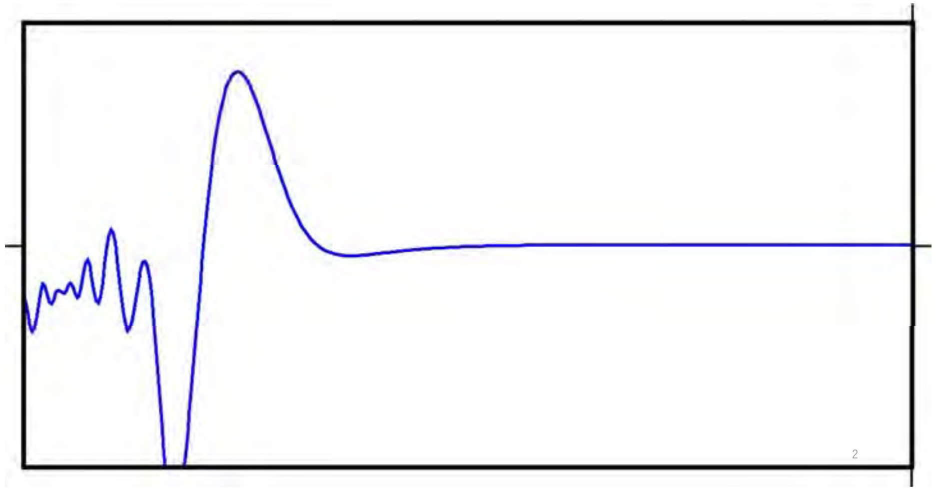
大成学術財団 第2回 研究成果発表会
2020年10月26日

分散性津波方程式の高速な新解法の開発

岡山大学　大学院自然科学研究科
竹中 博士

波の分散性

波長によって波の伝播速度が異なる性質。
波長が短い　→　伝播速度は遅
波長が長い　→　伝播速度は速



津波の支配方程式

相対水深 (水深／波長)と波高水深比 (波高／水深)によって
4種類:
線形長波方程式、非線形長波方程式
（分散性を考慮しない）

線形分散波方程式、非線形分散波方程式
（分散性を考慮）
本研究の対象

それぞれについて
近地津波用（デカルト座標系）
遠地津波用（回転球座標系、コリオリ力を考慮）
↓
本研究では計4通りの支配方程式が対象

本研究の背景と目的

背景
従来の津波シミュレーションでは
時間・空間について2次精度スタガード格子差分法を用いて
(非)線形長波方程式
(非)線形分散波方程式　を離散化して解く。

問題は計算時間
(非)線形長波方程式 ≪ (非)線形分散波方程式
例えば長波の約60倍
↓
約15倍

目的　計算時間を約4分の1
にする新スキームの開発・実装

スキーム for 線形分散波方程式（近地津波）

従来の方法

運動方程式 陰解法

$$\frac{\partial M}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial x}=\boxed{\frac{1}{3}h^2\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}\left(\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}\right)}$$

分散項

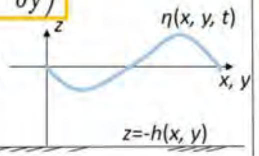
$$\frac{\partial N}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial y}=\boxed{\frac{1}{3}h^2\frac{\partial^2}{\partial y\partial t}\left(\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}\right)}$$

連続の式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}=-\left(\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}\right)$$

陽解法

t：時間
M：線流量（x方向）
N：線流量（y方向）
η：波高
h：水深
g：重力加速度



陽解法

過去と現在の量から未来の量が直接（陽に）求まる

陰解法

時間を進めるために毎時間ステップ大規模な連立1次方程式を数値的に解く

反復法（ガウスーザイデル法、SOR法、CG法等）

↓

陽解法に比べて膨大な計算時間！

本スキーム for 線形分散波方程式（近地津波）

従来の方法

運動方程式 陰解法

$$\frac{\partial M}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial x}=\boxed{\frac{1}{3}h^2\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}\left(\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}\right)}$$

分散項

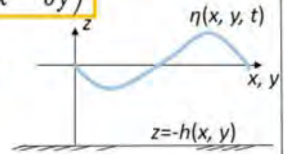
$$\frac{\partial N}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial y}=\boxed{\frac{1}{3}h^2\frac{\partial^2}{\partial y\partial t}\left(\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}\right)}$$

連続の式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}=-\left(\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}\right)$$

陽解法

t：時間
M：線流量（x方向）
N：線流量（y方向）
η：波高
h：水深
g：重力加速度



本スキーム

陰解法で解く式が2本→1本

$$\frac{\partial U}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial x}=0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial y}=0$$

陽解法

$$U=M+\frac{1}{3}h^2\frac{\partial \dot{\eta}}{\partial x}$$

$$V=N+\frac{1}{3}h^2\frac{\partial \dot{\eta}}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}=\dot{\eta}$$

変数の置き換え

$$\left\{1-\boxed{\frac{1}{3}\nabla\cdot\left(h^2\nabla\right)}\right\}\dot{\eta}=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\right)$$

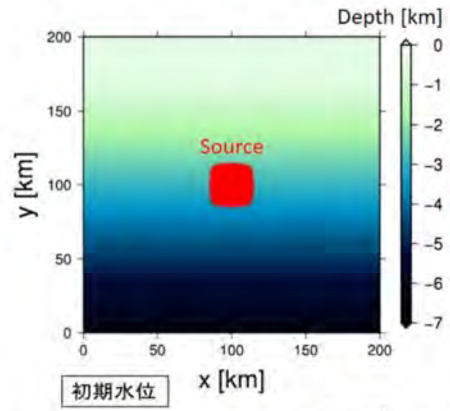
分散項　陰解法

↓

理論上は従来の4倍高速

既存の長波のコードに容易に実装可

計算例1：　線形分散波方程式（近地津波）



Maeda et al. (2016, EPS) モデル.

計算領域　200 km × 200 km

格子間隔　0.5km

時間ステップ　1.0秒

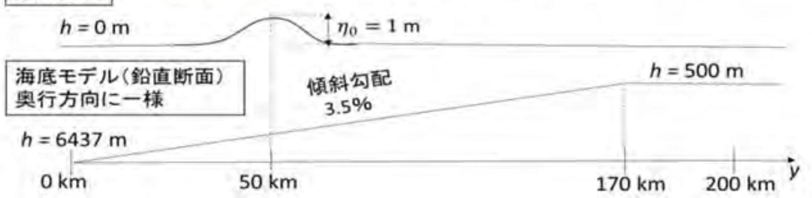
初期水位

$$\eta=\frac{\eta_0}{4}\left[1+\cos\left(\frac{\pi(x-x_0)}{A_x}\right)\right]\left[1+\cos\left(\frac{\pi(y-y_0)}{A_y}\right)\right],$$

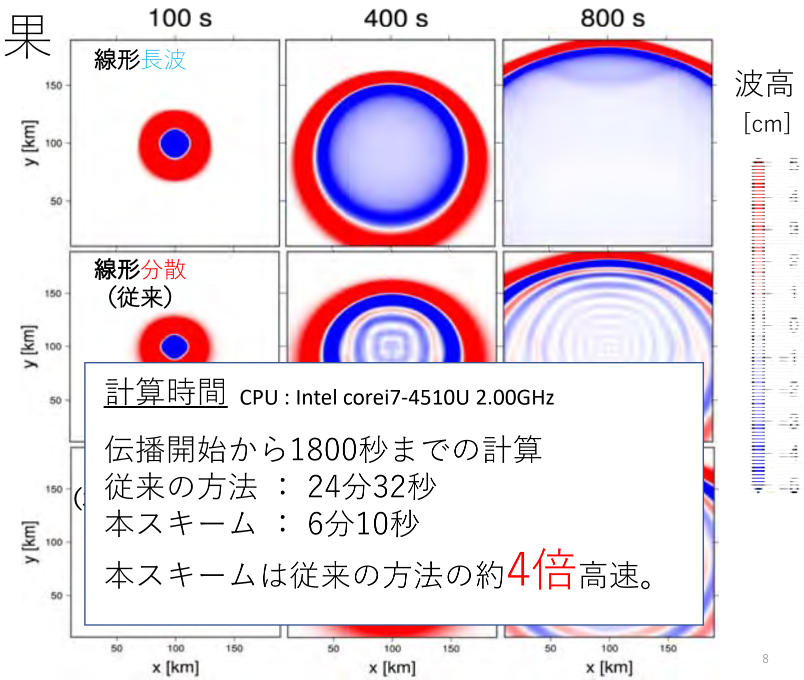
for $|x-x_0|\le A_x, |y-y_0|\le A_y$

$x_0=y_0=100$ km, $\eta_0=1$ m,

$A_x=A_y=16$ km.



結果



計算時間　CPU : Intel corei7-4510U 2.00GHz

伝播開始から1800秒までの計算
従来の方法　：　24分32秒
本スキーム　：　6分10秒
本スキームは従来の方法の約4倍高速。

計算例2: 非線形分散波方程式(遠地津波)

1771年八重山地震
(Mw8.0)
の津波

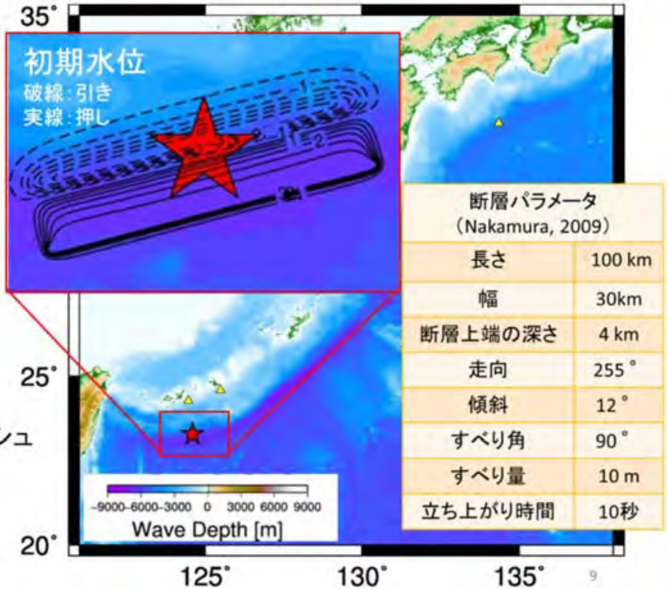
計算領域

右図

格子間隔

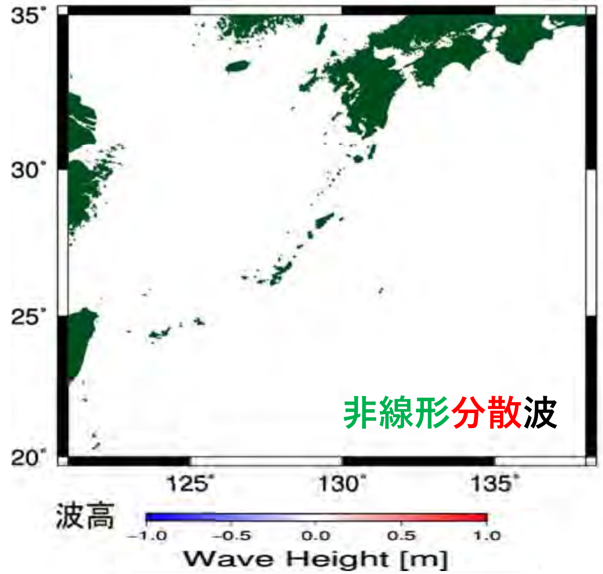
空間格子　0.5分メッシュ

時間ステップ　1秒

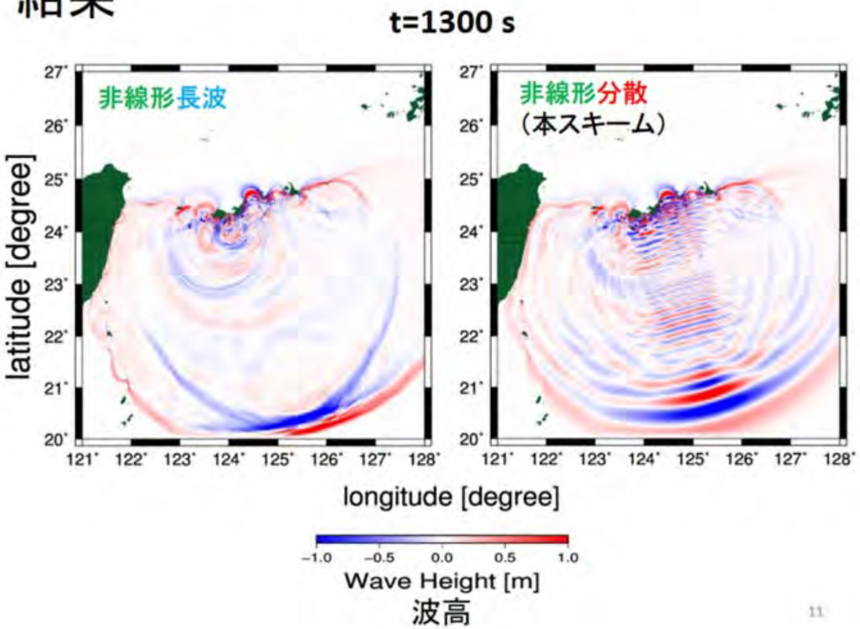


断層パラメータ (Nakamura, 2009)	
長さ	100 km
幅	30km
断層上端の深さ	4 km
走向	255°
傾斜	12°
すべり角	90°
すべり量	10 m
立ち上がり時間	10秒

0 s



結果



まとめ

- 近地及び遠地津波のための(非)線形分散波方程式を効率的に解く新スキームを開発し実装した。
- 各スキームの有効性を確認した。
  従来のスキームの約4倍高速
- 既存の(非)線形長波のコードに容易に実装可能。
- 実際のシミュレーションに適用した。